| المــــادة : الريـاضيــــــات | # اختبار الفصل الأول | المستوى : السنة 3 آداب وفلسفة |
|---|---|---|

**التمرين الأول** (06نقاط)

1 - عين بواقي القسمة الاقليدية للعدد $3^n$ على 5 حسب قيم $n$ الطبيعية.

-2 عين باقي قسمة العدد 2263 على 5 ثم استنتج باقي قسمة العدد $2263^{2009}$ على 5

-3 استنتج أن العدد $4\times 2263^{2009}+128$ يقبل القسمة على 5

**التمرين الثاني:** (05نقاط)

1) أ- بين صحة المساواة :من أجل كل عدد صحيح $n \neq -1$ $\frac{2n+1}{n+1}=2-\frac{1}{n+1}$

ب- استنتج قيم $n$ حتى يكون الكسر $\frac{2n+1}{n+1}$ عددا صحيحا.

2) - عين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 12

- عين الثنائيات الطبيعية $(x,y)$ التي تحقق المساواة : $x^2-y^2=12$

**التمرين الثالث** ( 05 نقاط)

في عملية تشفير نستعمل الحروف المرقمة كما يلي:

| | أ | ب | ت | ث | ج | ح | خ | د | ذ | ر | ز | س | ش | ص | ض |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| $y$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| التشفير | | | | | | | | | | | | | | | |

| | ط | ظ | ع | غ | ف | ق | ك | ل | م | ن | هـ | و | ي |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| $y$ | | | | | | | | | | | | | |
| التشفير | | | | | | | | | | | | | |

نقوم بعملية التشفير و ذلك باستعمال التحويل $x \to y$ حيث: $y \equiv 5x+7[28]$

- أكمل الجدول السابق
- شفر الجملة " ثانوية جمال الدين"
- فك تشفير الجملة " ش,د,ح,ع,هـ,غ,ت,م , هـ,د,ح,ط,ي,د,ج"

**التمرين الرابع** ( 04 نقاط)

- برهن بالتراجع على أن :

من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1+3+5+.........................+(2n+1)=(n+1)^2$

- استنتج المجموع: $S=1+3+5+.............+101$

**- انتهى -**

# حل الموضوع

**حل التمرين الأول** :

**1) تعيين بواقي القسمة الاقليدية للعدد $3^n$ على $5$ حسب قيم $n$ الطبيعية:**

$3^0 \equiv 1[5]$ ، $3^1 \equiv 3[5]$ ، $3^2 \equiv 4[5]$ ، $3^3 \equiv 2[5]$ ، $3^4 \equiv 1[5]$

**ومنه مهما يكن العدد الطبيعي $n$ يكتب على أحد الأشكال : $4k$ أو $4k+1$ أو $4k+2$ أو $4k+3$ حيث $k$ عدد طبيعي.**

**أي أن:** $3^{4k} \equiv 1[5]$ ، $3^{4k+1} \equiv 3[5]$ ، $3^{4k+2} \equiv 4[5]$ ، $3^{4k+3} \equiv 2[5]$ .

**2) تعيين باقي قسمة العدد $2263$ على $5$ ثم استنتاج باقي قسمة العدد $2263^{2009}$ على $5$**

$2263 \equiv 3[5]$ **ومنه** $2263^{2009} \equiv 3^{2009}[5]$ **لكن** $3^{2009} \equiv 3^{4\times 502+1}[5]$ **ومنه** $2263^{2009} \equiv 3[5]$

**إذن باقي قسمة العدد $2263^{2009}$ على $5$ هو 3**

**3) استنتاج أن العدد $4\times 2263^{2009}+128$ يقبل القسمة على $5$ :**

$4\times 2263^{2009}+128 \equiv (2+3)[5] \equiv 0[5]$ **ومنه العدد** $4\times 2263^{2009}+128$ **يقبل القسمة على** $5$

**حل التمرين الثاني** :

1) **أ- بيان صحة المساواة من أجل كل عدد صحيح** $n \neq -1$ $\frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1}$

**من أجل كل عدد صحيح** $n \neq -1$ **:** $\frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1}$

**ب- استنتاج قيم $n$ حتى يكون الكسر $\frac{2n+1}{n+1}$ عدد صحيح:**

**يكون الكسر $\frac{2n+1}{n+1}$ عددا صحيحا إذا كان $\frac{1}{n+1}$ عدد صحيح أي إذا كان $(n+1)$ يقسم العدد 1**

**يعني** $n+1=1$ **أو** $n+1=-1$ **ومنه** $n=0$ **أو** $n=2$

2) **- تعيين مجموعة القواسم الطبيعية للعدد $12$:**

$12 = 2^2 \times 3$ ، $12$ **مجموعة القواسم هي** $\{1;2;3;4;6;12\}$

**- تعيين كل الثنائيات الطبيعية $(x,y)$ التي تحقق المساواة :** $x^2 - y^2 = 12$

$x^2 - y^2 = 12$ **تعني** $(x-y)(x+y) = 12$

**بما أن $x$ و $y$ عددين طبيعيين فإن** $x+y \geq x-y$

$x+y=6$ **و** $x-y=2$ **ومنه** $x=4$ **و** $y=2$ **والثنائية المطلوبة هي** $(4;2)$

**حل التمرين الثالث :**

باستعمال التحويل $x \to y$ : $y = 5x+7[28]$

إذن : $a=5$ و $b=7$

| | أ | ب | ت | ث | ج | ح | خ | د | ذ | ر | ز | س | ش | ص | ض | ط | ظ | ع | غ | ف | ق | ك | ل | م | ن | هـ | و | ي |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| $y$ | 7 | 12 | 17 | 22 | 27 | 4 | 9 | 14 | 19 | 24 | 1 | 6 | 11 | 16 | 21 | 26 | 3 | 8 | 13 | 18 | 23 | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 2 |
| التشفير | د | ش | ع | ل | ي | ج | ر | ض | ف | ن | ب | خ | س | ظ | ك | و | ث | ذ | ص | غ | م | ا | ح | ز | ط | ق | هـ | ت |

**تشفير " ثانوية جمال الدين " هو " ل د ط هـ ت ع ي ز د ح دح ض ت ط "**

- فك تشفير الجملة " ش,د,ح,ع,هـ,غ,ت,م ,هـ,د,ح,ط,ي,د,ج"

هو " بالتوفيق والنجاح "

**<u>حل التمرين الرابع</u>**

**- برهن بالتراجع على أن :**

**من أجل كل عدد طبيعي** $n$ **:** $1+3+5+.........+(2n+1)=(n+1)^2$

**نسمي** $P(n)$ **هذه الخاصية**

**ا)** $n_0=0$

$P(0)$ **محققة لأن** $1=1$

**ب) نفرض أن** $P(k)$**صحيحة من اجل كل عدد طبيعي** $k\geq 0$

**أي من اجل كل عدد طبيعي** $k\geq 0$ **:** $1+3+5+........+(2k+1)=(k+1)^2$

**ونثت صحة** $P(k+1)$**صحيحة من اجل كل عدد طبيعي** $k\geq 0$

**أي أن من اجل كل عدد طبيعي** $k\geq 0$ **:** $1+3+5+...+(2k+1)+(2k+3)=(k+2)^2$

**لدينا :** $1+3+5+............................+(2k+1)+(2k+3)=(k+1)^2+$

$$(k+1)^2+(2k+3)=k^2+4k+4=(k+2)^2$$

**ومنه** $P(k+1)$**صحيحة من اجل كل عدد طبيعي** $k\geq 0$

**إذن** $P(n)$**صحيحة من اجل كل عدد طبيعي** $n$

**- استنتج المجموع:** $S=1+3+5+.............+101$

$$S=1+3+5+.............+101=1+3+....(2\times 50+1)=(50+1)^2=(51)^2$$